Библиографический список

1. Масленникова, Н. Н. Особенности экологической подготовки студентов технического вуза / Н. Н. Масленникова // Формирование экологической культуры учащихся и студентов в ходе природоохранной деятельности. – Набережные Челны : Изд-во НГПУ, 2010. – С. 148–156.
2. Мамедов, Н. М. Основания экологического образования // Философия экологического образования / Н. М. Мамедов; гл. ред. И. К. Лисеев. – Москва, 2001. – 390 с.
3. Зверев, И. Д. О приоритетах экологического образования // Экологическое образование в России : теоретические аспекты : сборник трудов к 25-летию научного совета по экологическому образованию Президиума РАО / И. Д. Зверев ; под ред. А. Н. Захлебного и Л. П. Симоновой-Салеевой. – Москва, 1997. – С. 27–36.

УДК 510

А.Ю. Вдовин, **С.С. Рублева**
ФГБОУ ВО «Уральский государственный
лесотехнический университет», г. Екатеринбург

О ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ КУРСА МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ ПО СТАНДАРТАМ 3++

Доклад посвящен проблемам содержания курса математики в техническом вузе. Отмечается, что решение актуальных современных задач возможно только с использованием вычислительных методов, обоснование которых требует знания классических разделов математики.

Ключевые слова: дисциплина математика, численные методы, стандарты 3++, обратные задачи динамики, метод динамической регуляризации.

A.Yu. Vdovin, S.S. Rubleva
Ural State Forest University, Yekaterinburg

ABOUT THE APPLIED ORIENTATION OF THE MATHEMATICS COURSE AT A TECHNICAL UNIVERSITY ACCORDING TO 3++STANDARDS

The report is devoted to the problems of the mathematics course content at a technical University. It is noted that solving of problems in mod-

ern formulations is possible only by using computational methods, the justification of which requires knowledge of the classical branches of mathematics.

Keywords: discipline «mathematics»; numerical methods; 3 ++ generation standards; inverse dynamics problems; dynamic regularization method.

Классический курс математики использует для решения задач лишь аналитические методы. Современные постановки задач требуют реализации компьютерного решения. Таким образом, актуальным требованием к подготовке современного инженера является владение основами вычислительной математики. Обоснование численных методов базируется на результатах классических разделов высшей математики. Это является побудительным мотивом к их более серьѐзному изучению в рамках базового курса. Важнейшим моментом современного образования является привлечение обучающихся к исследовательской деятельности. Хотелось бы поделиться опытом изложения обучающимся методов решения обратных задач динамики.

Остановимся подробнее на математической постановке задачи. Пусть некоторая система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\dot{x}(t) = f(t,x,u), \quad x(a) = x_0,\ t \in [a,b] \ . \tag{1}$$

Здесь $x(\cdot):[a,b] \to R^m$, $u(\cdot):[a,b] \to Q \subset R^q$, где Q – заданный компакт, $f(\cdot):[a,b] \times R^m \times Q \to R^m$ удовлетворяет условию Липшица по совокупности переменных. Ставится задача определить неизвестное воздействие $u(\cdot)$ по информации о фазовых состояниях системы $x(\cdot)$. Рассмотрение данной проблемы предлагается начать с квазилинейного случая

$$\dot{x}(t) = g(t,x) + f(t,x)u, \quad x(a) = x_0,\ t \in [a,b].$$

Нормальное решение в этой ситуации может быть найдено в виде

$$u(t) = f^{+}(t,x)\left[\dot{x}(t) - g(t,x)\right].$$

Таким образом, возникают проблемы: нахождения *псевдообратной матрицы* (или ее приближения), определения *нормального решения,* для чего потребуются дополнительные сведения из разделов динейной алгебры, и построения *приближения производной* $\dot{x}(\cdot)$, а значит, дополнительных знаний из разделов математического анализа и теории некорректных задач.

В случае, когда информация о движении системы доступна лишь в узлах временного промежутка $a = t_o < t_1 < \ldots < t_n = b$ с некоторой погрешностью $\|x(t_i) - x_h(t_i)\| \le h$ (здесь $\|\cdot\|$ – евклидова норма, для ее определения требуются знания основ функционального анализа), для решения рассматриваемой задачи можно применить метод динамической регуляризации [1]. Такой подход основан на использовании вспомогательной системы модели $w_h(\cdot)$ (аналога поводыря из теории позиционных дифференциальных игр) [2].

$$w_h(t) = w_h(t_i) + (g(t_i, x_h(t_i)) + f(t_i, x_h(t_i))v_h(t_i))(t - t_i).$$

Ее задачей является отслеживание траектории $x_h(\cdot)$ исходной системы (1), ее скорости и неизвестного $u(\cdot)$ за счет выбора постоянного $v_h(t)$ на $\left[t_i, t_{i+1}\right)$ как результат проектирования на компакт Q вектора

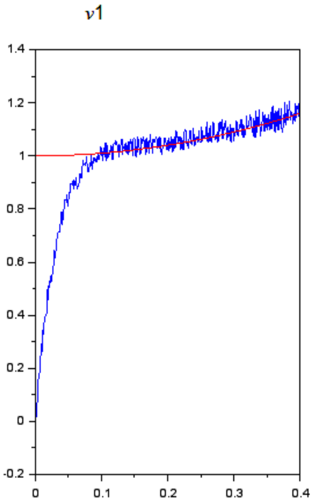
$$f^T(t_i, x_h(t_i)))\frac{x_h(t_i) - w_h(t_i)}{\alpha(h)}. \tag{2}$$

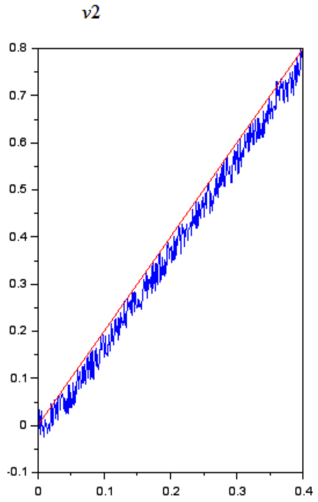
Ценность формулы (2) состоит в том, что удается реализовать восстановление неизвестного воздействия в режиме реального времени без использования трудоемкой процедуры псевдообращения. Сходимость метода была получена в той же работе Ю.С.Осипова и А.В. Кряжимского [1] в метрике пространства $L_2[a,b]$. С вопросами, касающимися оценок точности и модификации алгоритма, можно ознакомиться, например, в [3].

Таким образом, предложенный метод может быть реализован и обучающимися, например, в пакете Scilab, находящемся в свободном доступе для пользователей. При этом не требуется глубоких познаний в программировании. В качестве примера возьмем двухмерную задачу.

Пример. Рассмотрим систему $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -t^2(x_1+2) \\ t^3 - x_2 + 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & 1 \end{pmatrix} v(t)$, с выбором параметров $h = 0.0001$, $\Delta(h) = h = 0.0001$ и $\alpha(h) = \sqrt{h},$ начальными условиями $\begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = 0 \end{cases}$. Отметим, что при указанном выборе $\Delta(h), \alpha(h)$ метод сходится: $l\,\underset{h\to 0}{im}\|v_h(\cdot) - v_*(\cdot)\|_{L_1} = 0,$ здесь $v_*(\cdot)$ – нормальное решение, $v_h(\cdot)$ – реализация метода, достигается оптимальный порядок точности, равный ½: $\varlimsup\|v_h(\cdot) - v_*(\cdot)\|_{L_1} \le Ch^{1/2}$, константа C выписывается конструктивно.

Результат применения метода:





Синим цветом – $v_h(\cdot)$, красным цветом – точное решение $v_*(\cdot)$. Более общей в своей постановке является система (1). Один из подходов для ее решения предполагает использование линеаризации правой части с последующим применением изложенного выше алгоритма.

Примеры постановок таких задач могут возникать как в физических [4], так и биологических [5] системах, а значит, могут быть использованы на занятиях в соответствии с направлением подготовки обучающихся.

Библиографический список

1. Кряжимский, А. В. О моделировании управления в динамической системе / А. В. Кряжимский, Ю. С. Осипов // Известия АН. СССР. Техн. кибернетика. – 1983. – № 2. – С. 51–60.

2. Красовский, Н. Н. Управление динамической системой. Задача о минимуме гарантированного результата / Н. Н. Красовский. – Москва : Наука, 1985.

3. Вдовин, А. Ю. О гарантированной точности процедуры динамического восстановления управления с ограниченной вариацией в системе, зависящей от него линейно / А. Ю. Вдовин, С. С. Рублева // Математические заметки. – 2010. – Т. 87. – № 3. – С. 337–358.

5. Вдовин, А.Ю. О точности реконструкции линейного воздействия на динамическую систему по результатам неточных измерений ее состояний / А. Ю. Вдовин, С. С. Рублева // Вестник Московского государственного университета леса. – Лесной вестник. – 2008. – №3(60). – С. 189–191.

4. Вдовин, А. Ю. Применение метода динамической регуляризации для контроля параметров сверхпроводящего перехода ВТСП-керамики / А. Ю. Вдовин, С. С. Рублева, А. С. Соболев, В. И. Пудов // Тезисы докладов к IV Российской научно-технической конференции «Ресурс и диагностика материалов и конструкций», 26-28 мая, 2009 г. – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2009.